

Nombre _____ Carnet _____

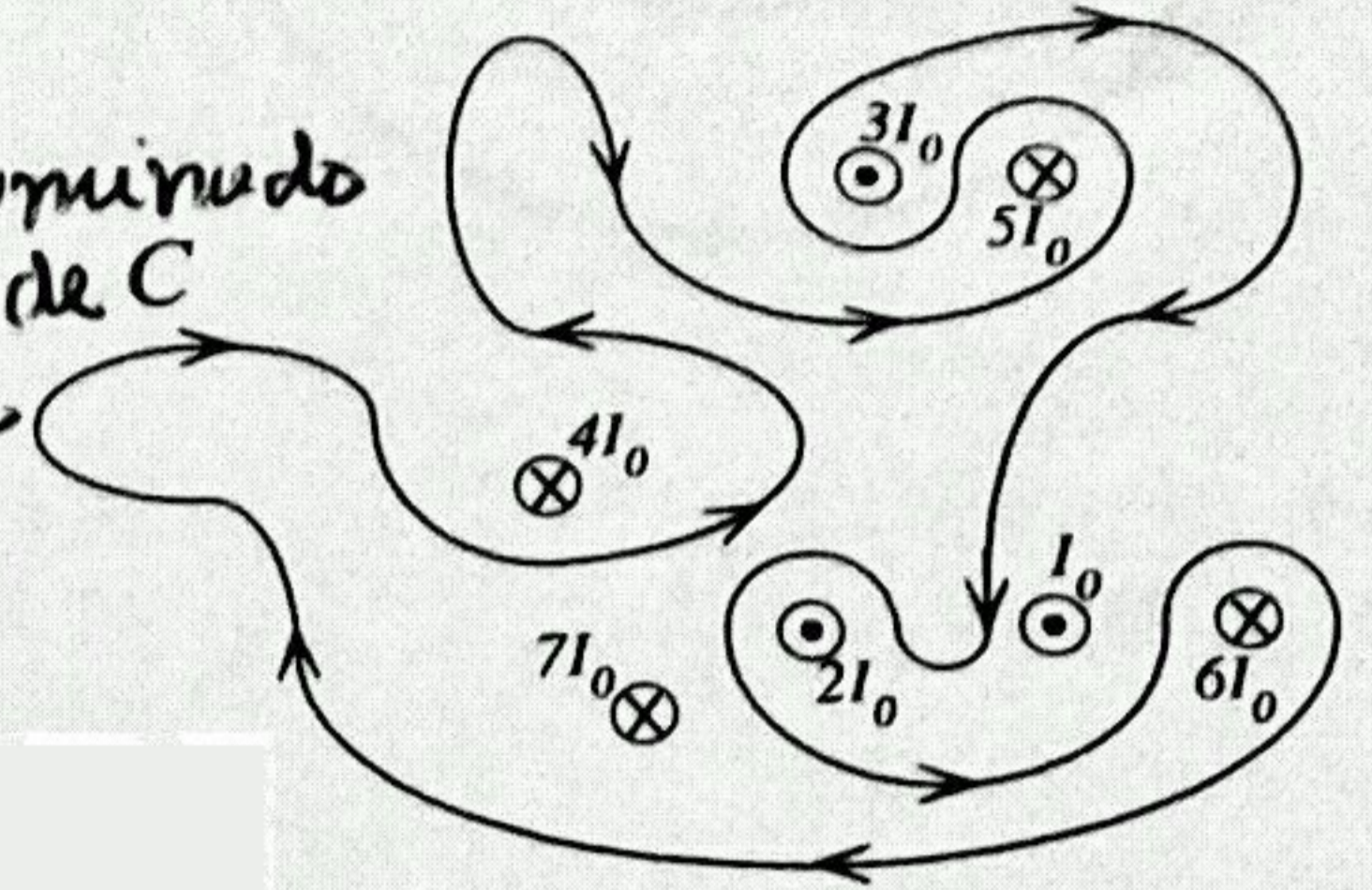
1. (2 pts.) Siete cables conductores transportan corrientes en los sentidos y magnitudes indicadas en la figura. La circulación del campo magnético \vec{B} a lo largo de la curva cerrada C es igual a:

- () $-6\mu_0 I_0$
- () $-10\mu_0 I_0$
- () $+7\mu_0 I_0$
- (●) $+10\mu_0 I_0$
- () No se puede determinar porque la curva no es circular

$$\int_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 |3I_0 - 7I_0 - 6I_0|$$

$$\int_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 10I_0$$

El signo está determinado por la orientación de C y la regla de la mano derecha.



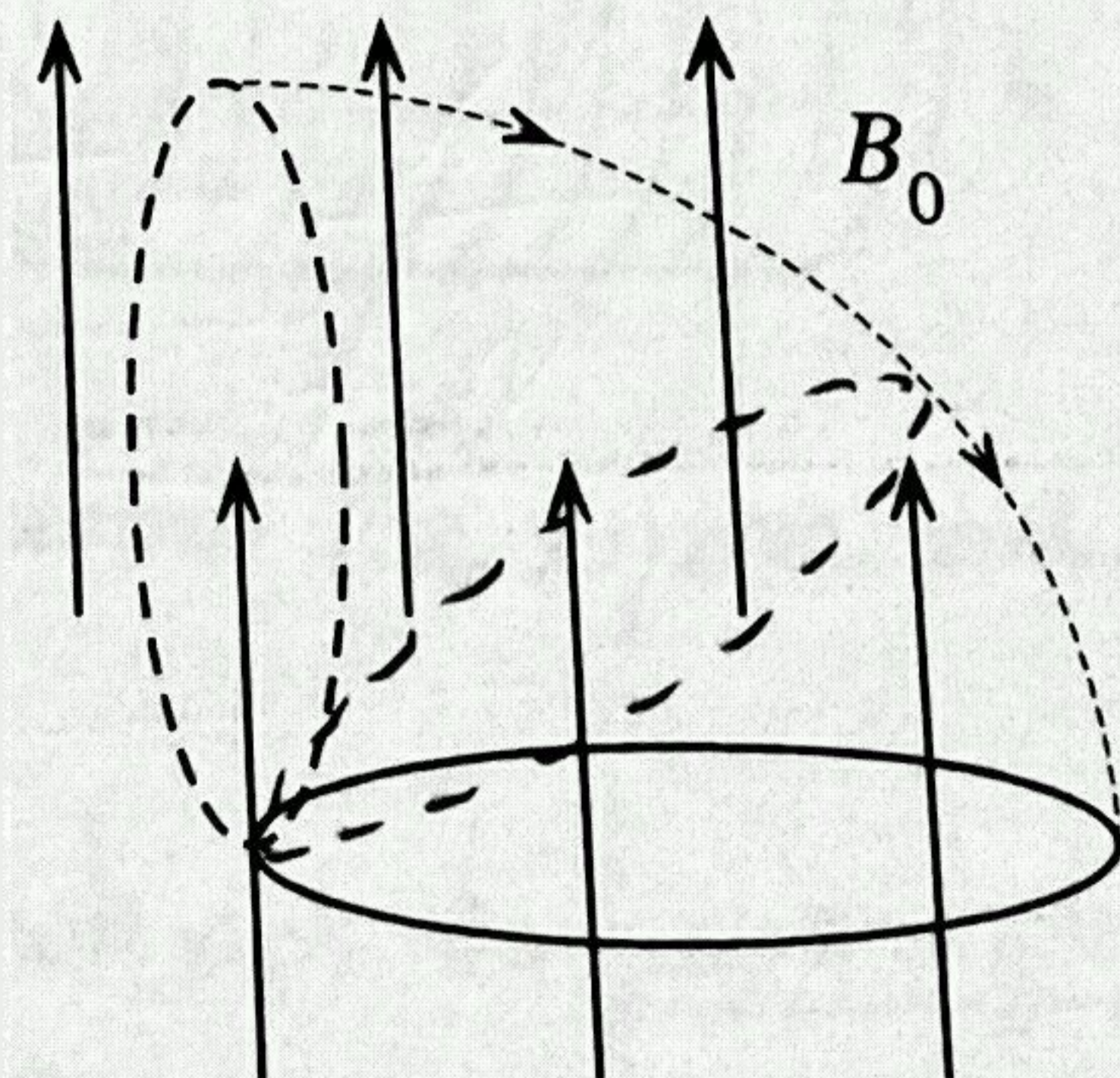
2. (2 pts.) Se tiene una barra cilíndrica de hierro imantada (imán) y una pastilla de material paramagnético. Al acercar el imán al objeto de material paramagnético, se observa:

- () Que el objeto es repelido por el polo norte del imán y es atraído por el polo sur
- () Que el objeto es atraído por el polo norte del imán y es repelido por el polo sur
- (●) Que el objeto es repelido por ambos extremos del imán
- (●) Que el objeto es atraído por ambos extremos del imán
- () No se puede hacer ninguna afirmación sin conocer previamente la orientación del objeto

Material paramagnético \Rightarrow Magnetización orientada paralela al campo externo \Rightarrow Atracción en un campo no homogéneo.

3. (2 pts.) Una espira circular se suelta desde la orientación vertical marcada en líneas punteadas sobre la figura. Debido a la acción de la gravedad, cae a una posición horizontal más estable. En dirección vertical, existe un campo magnético uniforme y constante \vec{B}_0 , dirigido hacia arriba en todo el espacio donde se realiza el movimiento basculante de la espira. La corriente inducida en la espira:

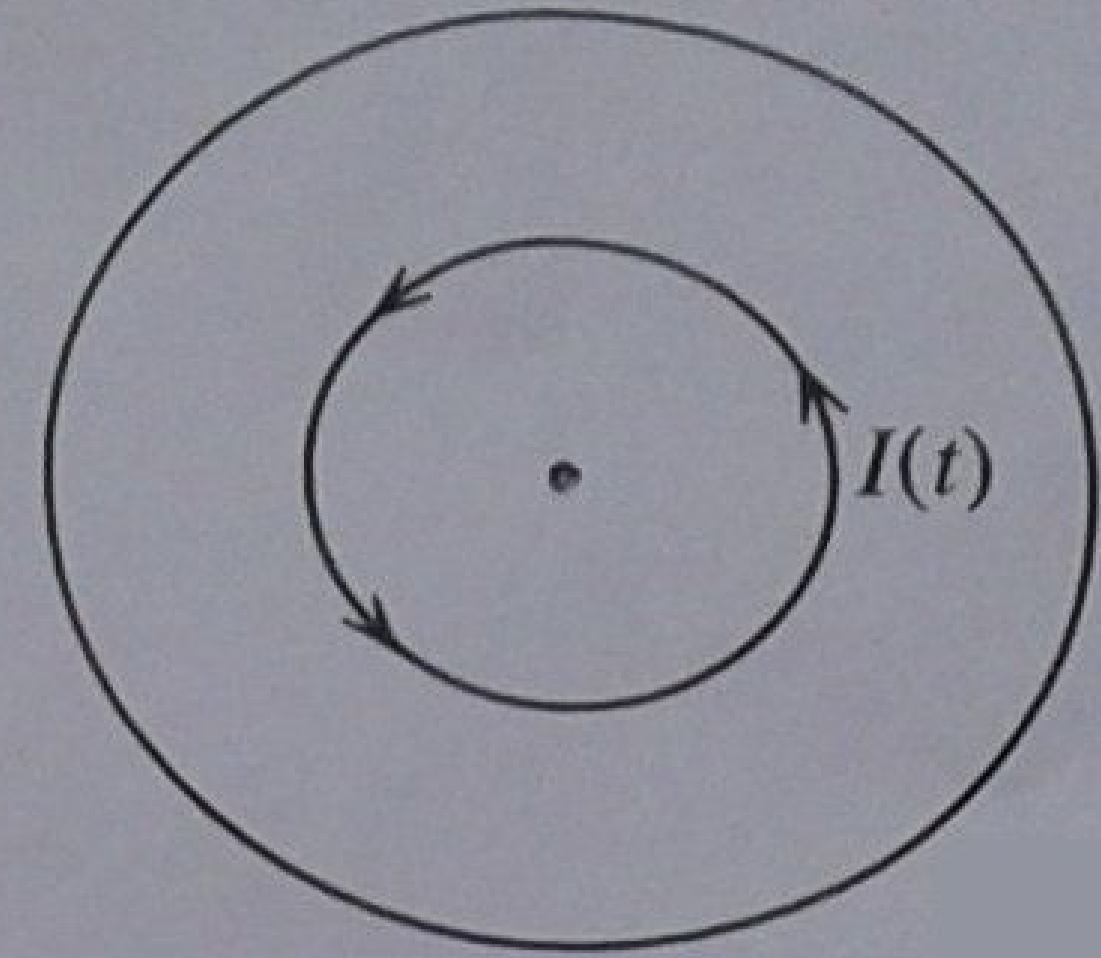
- () Tiene sentido antihorario en el dibujo, y es máxima cuando la espira empieza a caer
- (●) Tiene sentido horario en el dibujo, y es mínima cuando la espira empieza a caer
- () Tiene sentido antihorario en el dibujo, y es mínima cuando la espira empieza a caer
- () Tiene sentido horario en el dibujo, y es máxima cuando la espira empieza a caer
- () Tiene sentido antihorario en el dibujo, y es constante en toda la trayectoria de la espira



El flujo aumenta debido a que la espira se orienta \parallel al campo $\Rightarrow \frac{d\Phi}{dt}$ y de Lenz \Rightarrow corriente horaria para contrarrestar el aumento de flujo.
rapidez de la caída aumenta con el ángulo así que $B \cos \theta$ de nivel de caída es mayor \Rightarrow es mínima al comienzo de la tr.

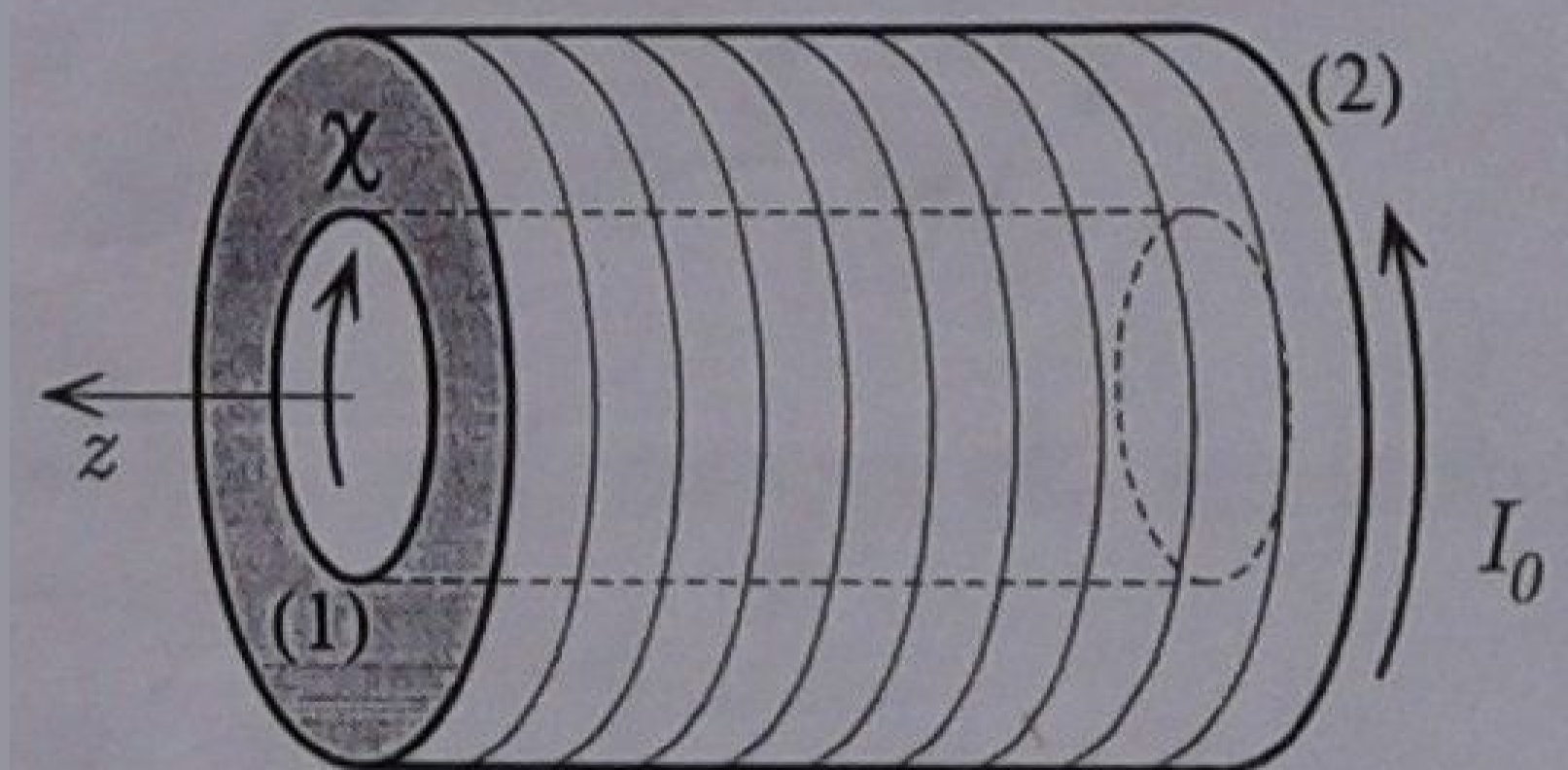
4. (2 pts.) Una espira circular transporta una corriente $I(t)$, creciente en el tiempo. Otra espira concéntrica, del doble de radio que la primera, se encuentra en el mismo plano. A lo largo de la espira externa:

- () Es inducida una corriente en sentido antihorario, ya que el flujo magnético es creciente hacia afuera de la página
- (●) Es inducida una corriente inducida en sentido horario, ya que el flujo magnético es creciente hacia afuera de la página
- () Es inducida una corriente en sentido antihorario, ya que el flujo magnético es creciente hacia adentro de la página
- () Es inducida una corriente en sentido horario, ya que el flujo magnético es creciente hacia adentro de la página
- () No se induce corriente porque el flujo del campo de la espira interna es nulo a través de la espira grande



5. (2 pts.) Dos solenoides coaxiales, uno (1) con la mitad del radio que el otro (2), y ambos de n vueltas por unidad de longitud, transportan la misma corriente I_0 en sentidos opuestos, como se indica en la figura. El espacio entre ambos solenoides contiene un material paramagnético de susceptibilidad $\chi > 0$, o permeabilidad relativa $\kappa_m = 1 + \chi$. Por separado, los solenoides generan en el vacío campos magnéticos de magnitudes respectivas B_{01} y B_{02} . Entonces, la componente B_z del campo adentro del material magnético es:

- () $B_z = 0$
- () $B_z = \kappa_m (B_{02} - B_{01})$
- () $B_z = -\kappa_m B_{01}$
- () $B_z = \kappa_m (B_{01} - B_{02})$
- (●) $B_z = \kappa_m B_{02}$



El solenoide (1) no aporta al campo fuera de él mismo (se supone un solenoide ideal)

Solo el campo B_{02} afecta a la región. Si el material es paramagnético

$$\vec{B}_z = \vec{B}_{02} + \vec{M} \mu_0 = \vec{B}_{02} + \chi \vec{B}_{02} = \vec{B}_{02} (1 + \chi) = \kappa_m \vec{B}_{02}$$

6. (10 pts.) La figura muestra el corte transversal de un sistema que consta de un conductor cilíndrico, muy largo y de radio a (cable grueso infinito), y de una lámina conductora muy extensa, de grosor despreciable (lámina delgada infinita), situada en el plano $y = -3a$. El cable transporta una corriente cuya densidad depende de la distancia r al eje de simetría (z) dada por la expresión

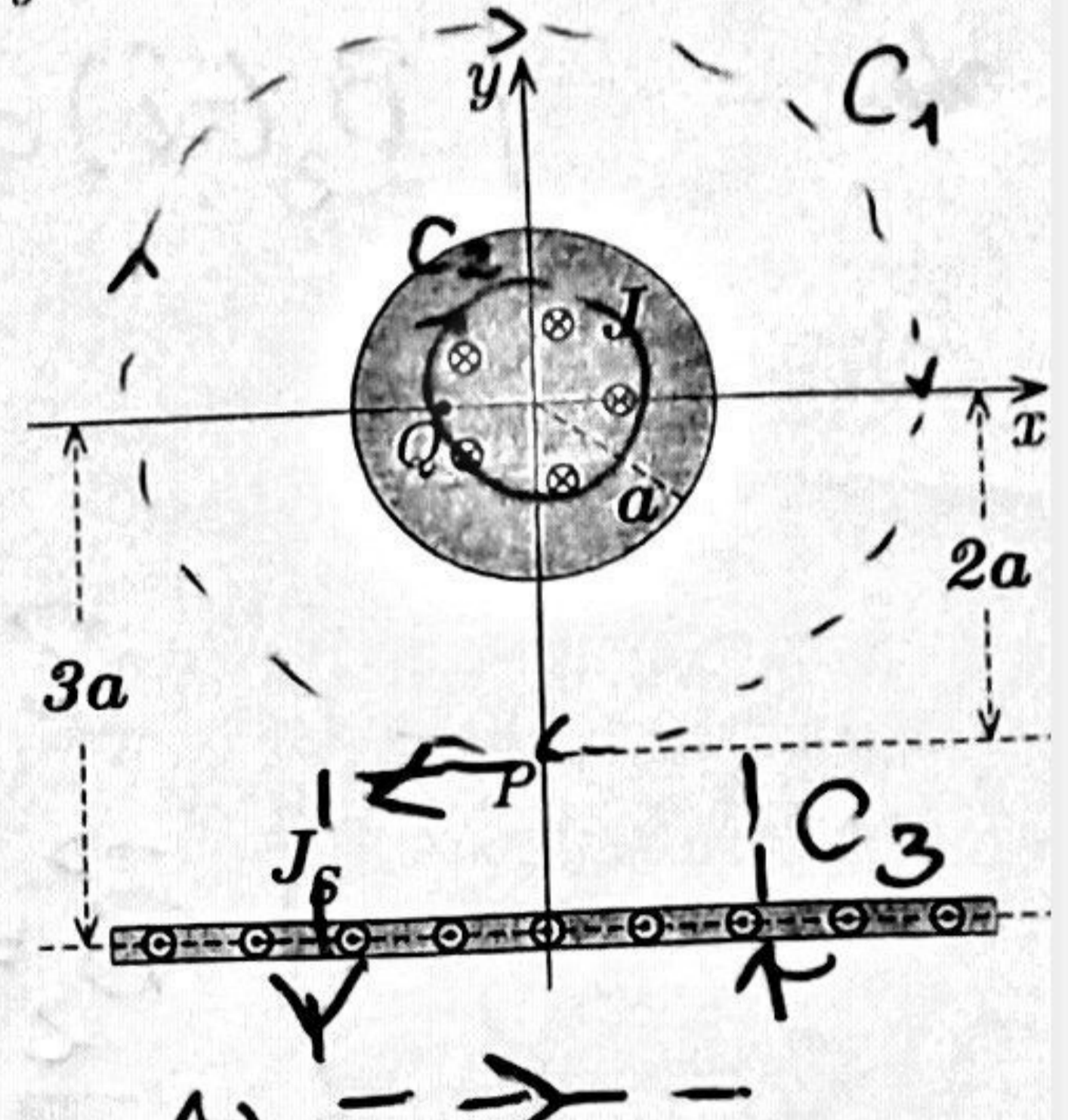
$$\vec{J} = -J_0 \left(\frac{r}{a} \right) \hat{z},$$

entrante en la figura, siendo J_0 una constante positiva. La densidad superficial de corriente de la placa es $\vec{J}_s = J_0 a \hat{z}$, uniforme, saliente en la figura. Los ejes x e y se indican en la figura.

(a) (4 pts.) Calcule el campo magnético \vec{B}_1 generado por el cable infinito, en todas las regiones del espacio.

(b) (3 pts.) Calcule el campo magnético \vec{B}_2 generado por la lámina infinita, en todas las regiones del espacio.

(c) (3 pts.) Usando las expresiones obtenidas en (a) y (b), calcule el campo total \vec{B} en los puntos $P [0, -2a, 0]$ y $Q [-a/2, 0, 0]$, indicados en la figura.



a) $\int_{\vec{C}_1} \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 I_{enc}$ tomamos $\begin{cases} \vec{B}(\vec{r}) = B(r)(-\hat{\phi}) \\ d\vec{\ell} = r d\phi(-\hat{\phi}) \end{cases}$

i) si $r > a$ $I_{enc} = \int_{\text{Cable}} J_0 \frac{r}{a} (-\hat{k}) \cdot r dr d\phi (-\hat{k}) = \frac{J_0}{a} \cdot 2\pi \frac{1}{3} a^3 = \frac{2}{3} \pi J_0 a^2$

ii) si $r \leq a$ $I_{enc} = \int_0^r \int_0^{2\pi} J_0 \frac{r'}{a} (-\hat{k}) r' dr' d\phi (-\hat{k}) = \frac{J_0}{a} 2\pi \frac{1}{3} r^3 = \frac{2}{3} \pi \frac{J_0}{a} r^3$

En cada caso la simetría nos permite sacar la norma del campo de la integral

i) $B(r) \cdot 2\pi r = \mu_0 \frac{2}{3} \pi J_0 a^2 \Rightarrow \underline{B_1(r) = \frac{\mu_0}{3} \frac{J_0 a^2}{r} (-\hat{\phi})}$ $r > a$

ii) $B(r) \cdot 2\pi r = \mu_0 \frac{2}{3} \pi \frac{J_0}{a} r^3 \Rightarrow \underline{B_1(r) = \frac{\mu_0}{3} \frac{J_0 r^2}{a} (-\hat{\phi})}$ $r \leq a$

b) \vec{C}_3 es simétrica respecto al plano de corriente

$\int_{\vec{C}_3} \vec{B}_2(\vec{r}) \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 I_{enc} \Rightarrow \vec{B}_2(\vec{r}) = \begin{cases} B_2(-\hat{i}) & \text{por arriba del plano} \\ B_2(\hat{i}) & \text{por debajo del plano} \end{cases}$

\vec{B}_2 es uniforme de cada lado del plano debido a la simetría de la distribución de corriente.

El diferencial de camino lo descomponemos en

$$d\vec{l} = \begin{cases} dx(-\hat{i}) & \text{super horizontal superior} \\ dy(-\hat{j}) & \text{vertical izquierda} \\ dy(\hat{j}) & \text{vertical derecha} \\ dx(\hat{i}) & \text{inferior horizontal} \end{cases} \left. \begin{array}{l} \text{estas dos} \\ \text{muestran} \end{array} \right\} \text{ tener integrales nulas.}$$

$$\int_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \int_0^l B_2(-\hat{i}) dx(-\hat{i}) + \int_0^l B_2 \hat{i} \cdot dx \hat{i} = \mu_0 J_0 a \hat{k} \cdot l \hat{k} = 0$$

$$2 B_2 l = \mu_0 J_0 a l = 0$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{B}_2 = \frac{\mu_0 J_0 a}{2} (-\hat{i}) \text{ por arriba} \\ \vec{B}_2 = \frac{\mu_0 J_0 a}{2} (\hat{i}) \text{ por debajo.} \end{array} \right.$$

Note que la simetría permite poner la normal del campo igual arriba y abajo.

$$c) \vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2$$

Note que como el campo de la la misma es uniforme, no es necesario hacer cambios en \vec{B}_2 por el cambio de coordenadas.

P. en P el vector $(-\hat{\phi}) = -\hat{i}$ coinciden \Rightarrow

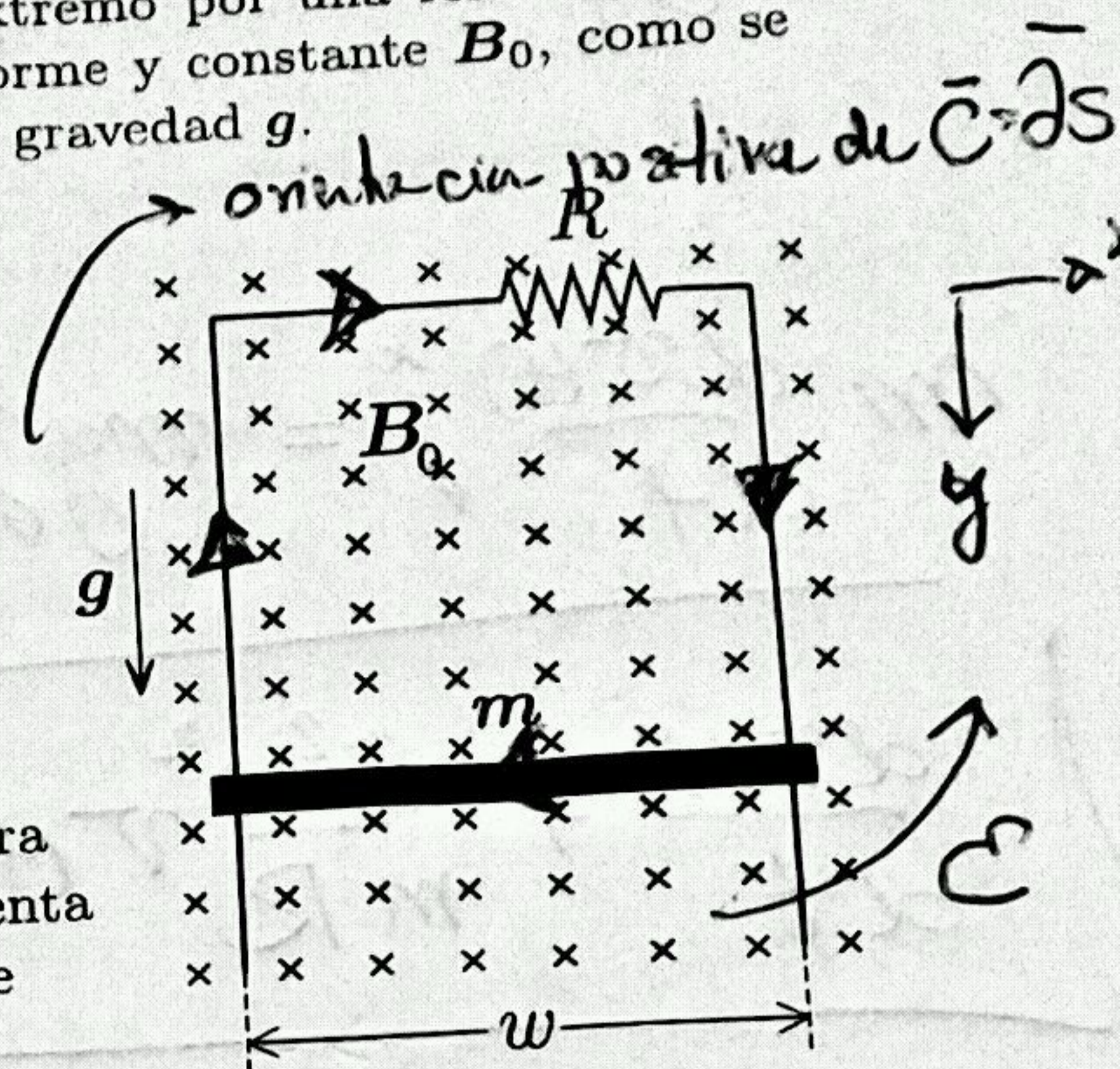
$$\vec{B} = \vec{B}_1(+2a) + \vec{B}_2(2a) = \frac{\mu_0 J_0 a^2}{3 \cdot 2a} (-\hat{i}) + \frac{\mu_0 J_0 a}{2} (-\hat{i})$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 J_0 a}{2} \left(\frac{1}{3} + 1 \right) (-\hat{i}) \Rightarrow \boxed{\vec{B} = \frac{2}{3} \mu_0 J_0 a (-\hat{i})}$$

E Q el vector $-\hat{\phi} = +\hat{j}$ y el campo tendrá entonces dos componentes

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 J_0}{3} \left(\frac{a}{2} \right) \hat{j} + \frac{\mu_0 J_0 a}{2} (-\hat{i}) \Rightarrow \boxed{\vec{B} = \frac{\mu_0 J_0 a}{2} \left(\hat{j} - \frac{1}{3} \hat{i} \right)}$$

7. (10 pts.) Una barra de metal, de masa m , se desliza sin fricción desde el reposo, en contacto con dos guías verticales paralelas, separadas entre sí una distancia w . Tanto la barra como las guías tienen resistencia despreciable. Las guías están conectadas en un extremo por una resistencia R . Perpendicular al plano del circuito, existe un campo magnético uniforme y constante B_0 , como se indica en la figura. El eje vertical va en dirección de la aceleración de gravedad g .



- (a) (4 pts.) Calcule la corriente inducida I a través de la barra, así como la fuerza magnética \vec{F}_B que actúa sobre la misma.
- (b) (3 pts.) Escriba la ecuación de movimiento de la barra y determine la velocidad terminal v_f (constante) que alcanza la misma.
- (c) (3 pts.) Calcule la potencia \mathcal{P}_E con que el sistema descrito genera calor cuando la barra cae a esa velocidad v_f . Tomando en cuenta el principio de conservación de la energía, ¿cuál es la fuerza que genera ese calor?

$$a) \Phi(t) = \vec{B} \cdot \vec{S}(t) = B_0 (\hat{k}) \cdot w y(t) (\hat{k}) = B_0 w y(t)$$

$$\mathcal{E} = - \frac{d\Phi(t)}{dt} = \underline{-B_0 w v_y(t) = \mathcal{E}}$$

Note que esto es consistente con la ley de Lenz!

Si solo hay resistencia en R entonces

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R} \Rightarrow \boxed{I = \frac{B_0 w v_y(t)}{R}}$$

Note que no tiene sentido mantener el signo pues ya sabemos el sentido de circulación de la corriente.

Ahora tenemos una barra conductora con corriente en un campo mag

$$\vec{F}_B = \int_{\text{Barra}} I d\vec{l} \times \vec{B} = \int_0^w I dx \hat{i} \times B_0 \hat{k} \Rightarrow \vec{F}_B = I \int_0^w dx \hat{i} \times B_0 \hat{k} \Rightarrow$$

$$\vec{F}_B = I w B_0 (-\hat{j}) \Rightarrow \boxed{\vec{F}_B = \frac{B_0^2 w^2}{R} v(t) (-\hat{j})}$$

$$\underline{T \cdot m^2}$$

Es la fuerza magnética que depende de la velocidad!

$$b) m \vec{a} = \sum \vec{F} \Rightarrow$$

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{P} + \vec{F}_B$$

$$\vec{v} = v(t) \hat{j}$$

$$\vec{P} = mg \hat{j}$$

$$\vec{F}_B = \frac{B_0^2 \omega^2}{R} v(t) (-\hat{j})$$

= 0

$$m \frac{dv(t)}{dt} \hat{j} = mg \hat{j} - \frac{B_0^2 \omega^2}{R} v(t) \hat{j} \Rightarrow \text{la ecuación escalar}$$

$$\frac{dv(t)}{dt} + \frac{B_0^2 \omega^2}{mR} v(t) - g = 0$$

Abte que si $\frac{B_0^2 \omega^2}{mR} v(t) - g = 0 \Rightarrow \frac{dv}{dt} = 0$

y el valor de la velocidad se mantendrá en el tiempo

$$v_t = \frac{g m R}{B_0^2 \omega^2}$$

c) la potencia son la potencia disipada por la resistencia

$$P_E = I^2 R = \frac{B_0^2 \omega^2}{R^2} \cdot \frac{g^2 m^2 R^2}{B_0^4 \omega^4} \cdot R = \sqrt{P_E = \frac{g^2 m^2}{B_0^2 \omega^2} R}$$

Conservación de la energía:

~~mg y_0 + \frac{1}{2} m v_f^2 = mg y_1 + \frac{1}{2} m v_f^2 + \int_{t_0}^t P_E dt~~

$$mg y_0 + \frac{1}{2} m v_f^2 = mg y_1 + \frac{1}{2} m v_f^2 + \int_{t_0}^t P_E dt \quad \text{la velocidad es const}$$

así que no hay variación de energía cinética $\Rightarrow \int_{t_0}^t P_E dt = 0$